

Medve Szabadtéri Matekverseny

Országos döntő

Nagymedve kategória (9. és 10. osztály)

Feladatok



2019. június 1.

1. Az Urp bolygón élő zorgok mindegyikének 6 lába és 4 keze van, a lábaikon 6-6, a kezeiken 8-8 ujjal. Számolni csak az ujjaikon tudnak (ehhez a saját kéz- és lábujjaikat használják). Azokat a műveleteket, amiknek az eredménye több lenne, mint az ujjaik száma, nem tudják elvégezni.

Egyszer egy utazó találkozott két zorggal. Megkérdezte mindkettőjüktől, hogy hány pozitív osztója van a kedvenc számuknak, amire mind a ketten azt felelték, hogy kettő. Ezután megkérdezte azt is, hogy hány pozitív osztója van a két szám összegének, erre a zorgok rövid számolás után azt válaszolták, hogy három. Végül azt is megkérdezte tőlük, hogy hány osztója van a két szám szorzatának, azonban erre a zorgok nem tudtak válaszolni, mivel nem tudták összeszorozni a két számot. Mennyi a két szám szorzata?

2. Mök Töhötöm pingpongozni ment két testvérével, Álmossal és Előddel. Az első meccset Álmos játszotta Előd ellen, a következő játékokban pedig mindig az előző vesztes pihent. Végül Álmos 8, Előd 17, Töhötöm pedig 13 meccset nyert. Hányszor játszott egymással Töhötöm és Álmos?

3. A Picur Édességgyár egyik kedvelt terméke a Barackkocka. Ez úgy készül, hogy egy darab aszalt barackot kocka formájúra vágnak, majd minden lapjára különböző bevonó kerül. Így mindegyik kockának van egy fehércsokis, egy tejsokis, egy étcsokis, egy keserű csokis, egy kakaós és egy kávé lapja. Egy gyárlátogatás során Gombóc Artúr zsebre vágott néhány Barackkockát, hogy otthon megegye őket. Sajnos ezek a kockák (teljes lapfelülettel) összeragadtak a zsebében. Mivel Artúr nem bírta várni, így hazafele úton lenyalta a bevonót a zsebében lévő összeragadt test felületéről. Legalább hány Barackkockát vágott zsebre Gombóc Artúr, ha ugyanannyi tejsokit nyalt le, mint amennyi étcsokit, fehércsokit és keserű csokit összesen?

4. Gerzson autójának műszerfalán található az ábrán látható hat számjegyű kijelző, ami az autó által megtett kilométerek számát mutatja, jelenleg éppen 2019-en áll. Azonban egy gyártási hiba miatt a kijelző egyik számjegy helyén sem tud 4-est mutatni, így a számláló minden számjegy helyén a 3 után rögtön az 5-ösre ugrik. Hány kilométer utat tett meg valójában az autó?

0	0	2	0	1	9
---	---	---	---	---	---

5. A Matematikus Medveképző Általános Iskola egy osztályában minden medvebocs jár háromféle szakkör valamelyikére: 17-en méhészetre, 12-en medvetáncre és 15-en kungfura. Azok száma, akik pontosan kétféle szakkörre járnak, éppen ötszöröse azok számának, akik mindhárom szakkörön részt vesznek. Az osztályba járó fiú medvebocsok egynegyede jegesmedve, a többiek barnamedvék. Hány fős az osztály, ha tudjuk, hogy a fiú barnamedvék száma megegyezik a lányok számának felével?

6. Ada, Bubu és Csabi kaptak Dóritól egy-egy pozitív egész számot, és Dóri azt is elárulta, hogy a számok reciprokösszege 1. Ezek után megkérdezte tőlük, hogy ki tudja-e találni a három szám összegét. Sorban a következőket válaszolták:

Ada: „Nem tudom, hogy mi a három szám összege.”

Bubu: „Én sem tudom a számok összegét.”

Csabi: „Engem ez az egész nem érdekel.”

Ada: „Én már tudom az összeget.”

Melyik számot adta Dóri Bubunak?

7. A Százholdas Pagony néhány lakója összeállt egy csapatba és kincskeresésen vettek részt. Az erdőben 99 mézescsuprot találtak, melyek 1-től 99-ig voltak megszámozva. Ezután a mézescsuprokat a számozásuk alapján sorrendbe állították, majd minden kincskereső belenyalt néhány egymás után következő csuporba. Azt vették észre, hogy minden csapattag olyan csuporba kóstolt bele, melyek sorszámainak összege pontosan 100 volt, de semelyik két tag nem választotta pontosan ugyanazokat a csuprokat. Azt is megállapították, hogy ha többen lettek volna, akkor ezt már nem tudták volna megtenni. Hányan voltak a csapatban?

8. Az Óperenciás-tengeren fekvő Vadkörte-szigetre érkező telepések a szigetet három egyenes vonallal hét régióra osztották fel. Ezután a választott kormányzójuk elrendelte, hogy minden régió alapítson legalább egy, de legfeljebb hét várost úgy, hogy semelyik két régióban ne legyen azonos a városok száma. A telepések azt szeretnék, hogy mindhárom egyenesre igaz legyen, hogy a két oldalán ugyanannyi város van. Mik a lehetséges értékei a tengerrel nem érintkező régióban alapított városok számának, ha mind a kormányzó, mind a telepések kívánsága teljesül?

9. A síkon 100 pontot pirosra színezünk. Ezután behúzzuk 2019 egyenest, amelyek mindegyikén van legalább egy piros pont. Hány olyan metszéspontja lehet legfeljebb az egyeneseknek, ami nem piros?

10. Egy 25 fős osztályban a tanár felír egy számot a táblára. A gyerekek sorra a következő megállapításokat teszik róla: „Osztható 1-gyel.”, „Osztható 2-vel.”, „Osztható 3-mal.”, ..., „Osztható 25-tel.”. Melyik a lehető legkisebb szám, amit a tanár felírhatott a táblára, ha tudjuk, hogy pontosan 2 diák tévedett, ráadásul tudjuk azt is, hogy ők két egymást követő számot mondtak?

11. A Sokszögletű Kerekerdő növényzete olyan sűrűn nő, hogy azon lehetetlen átlátni. Az erdő közepén azonban ott fekszik az Ezersarkú Tisztás, mely nevéhez híven 1000 csúcsú sokszög alakú, itt viszont semmi sem zavarja a látási viszonyokat. Az erdő lakói meghirdették a Századszáz Országra Szóló Bújócskaversenyt, melyet az Ezersarkú Tisztáson rendeztek. Legfeljebb hányan vehettek ezen részt, ha kezdetben semelyik két bújócskázó nem látta egymást?

12. Trükkös Tivadarnak van hét trükkös pénzérméje. Mindegyik érme egyik oldalán az 1-es szám található. Az érmék másik oldalán pedig rendre az $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ..., $\frac{1}{8}$ törtszámok. Egy unalmas délután dobálta az érméket, mindannyiszor egyszerre dobta fel mind a 7 érmét. Csoda történt: az első 128 dobás között nem volt két egyforma. Tivadar minden dobás után le is írta a dobott számok szorzatát. Mennyit kap, ha összeadja a lapon szereplő 128 számot?

13. A svábbogarak börtönében 99 svábbogár sorakozott fel az ebédosztáshoz, azonosítószámuk szerint növekvő sorrendben. A konyhához vezető folyosó fala fehérre van meszelve, a padlóját pedig pontosan 2×99 csempe borítja, a börtöntöltelékek a jobb oldali csempesoron állnak. Egy csempén (biztonsági okok miatt) csak egy svábbogár állhat. Azonban rossz sorrendben álltak fel, pont fordítva kellett volna, az azonosítószám szerint csökkenő sorrendben. A fegyőr rájuk parancsol, hogy kezdjék meg az átrendeződést, a biztonsági szabályok betartásával. Minden másodpercben, a fegyőr sípszavára egy bogár átmehet egy szomszédos csempére (olyanra, melynek közös oldala van az eredeti csempével), azonban egy csempén továbbra is csak egy bogár tartózkodhat. Az ételosztás akkor kezdődhet meg, ha mindannyian a jobb oldalon, a helyes sorrendben állnak. Legkevesebb hány másodperc múlva kerülhet erre sor?

14. Egy segélyszervezet egy 100 napos jótékonyági kampány keretében szeretne támogatást nyújtani Éhenkórácia 100 legkisebb lakosságú településének. Az előkészítő felmérés során kiderült, hogy a lakók száma bármely két településen különböző, illetve az is, hogy a támogatott települések közül a legnagyobb lélekszámúban éppen 100-an laknak. A kampány során minden nap olyan segélycsomagokat állítanak össze, amelyek épp a nap sorzámaival megegyező számú tallért tartalmaznak, és minden olyan településnek juttatnak egy csomagot, ahol a lakosság el tudja igazságosan osztani azt (tehát például a 6. napon egy-egy 6 talléros csomagot juttatnak el az 1, a 2, a 3 és a 6 lakosságú településeknek, és így összesen 12 lakosnak jut rész támogatásból). Hány olyan nap lesz a kampány során, amikor összesen páratlan számú éhenkóráciai részesül a szervezet juttatásából?

15. Gráfország grófjai utazásaikat griffháton bonyolítják. Az ország mind a 9 városában van egy-egy griffistálló, a griffek innen szállnak fel és ide érkeznek. Egy griff hátán egyszerre csak egy gróf fér el, és egy griff naponta csak egy utat vállal (azaz egy gróft elszállít egy városból egy másikba). Ráadásul két griff ugyanazon a napon nem vállal olyan utat, aminek a kiinduló- és a célállomása is ugyanaz. Gráfország grófjai egy napon a fővárosból országjáró körútra indultak, váltott griffeken mindannyian meglátogatták Gráfország minden városát legalább egyszer, majd még ugyanazon a napon visszatértek a fővárosba. Legfeljebb hány gróf élhet Gráfországban?